

АНАЛИЗ АЛГОРИТМОВ ВЫДЕЛЕНИЯ КОНТУРОВ, ОСНОВАННЫХ НА ГРАДИЕНТНЫХ И АГРЕГАЦИОННЫХ ОПЕРАТОРАХ

ЧАСТЬ 2. ПОРОГОВАЯ ОБРАБОТКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОРФОЛОГИЯ

Мухаматнуров В.Э., Мартянова А.В.

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина
проспект Мира, 19, Екатеринбург, Свердловская обл., 620002, Россия
e-mail: v.mukhamatnurov@yandex.ru

Аннотация — В данной работе исследуются алгоритмы обнаружения контуров изображений, основанные на использовании традиционных градиентных и агрегационных операторов. Выдвигается предположение, что статистические оценки данных алгоритмов не являются объективными показателями эффективности работы той или иной связки операторов. В качестве анализа данных алгоритмов предлагается использовать пороговую обработку результатов агрегации градиента и алгоритмы математической морфологии.

ANALYSIS OF EDGE DETECTION ALGORITHMS BASED ON GRADIENT AND AGGREGATION OPERATORS

PART 2. THRESHOLDING AND MATHEMATICAL MORPHOLOGY

Mukhamatnurov V.E., Martyanova A.V.

Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin
pr. Mira, 19, Yekaterinburg, Sverdlovsk region, 620002, Russian Federation
e-mail: v.mukhamatnurov@yandex.ru

Abstract — Gradient and aggregation methods of digital image edge detection are considered in this paper. It is conjectured that statistical evaluation of these algorithms are not objective quality indicators. It is proposed to use threshold processing and methods of mathematical morphology for comprehensive analysis of edge detection algorithms.

I. Введение

В предыдущей части нашей статьи были рассмотрены традиционные градиентные и агрегационные операторы, алгоритмы на основе которых позволяют дифференцировать изображение и получать его контура. Кроме того, были приведены результаты статистических оценок связей операторов, на основе чего сформированы выводы о степени эффективности работы операторов.

Важно отметить тот факт, что массив данных, полученный на основе агрегации результатов дифференцирования изображения, и массив данных, на основе которого осуществляется визуализация этих результатов, различны. Пусть значение агрегации результатов выделения градиента в точке (i, j) обозначается $R(i, j)$. При визуализации данных используют один из следующих подходов:

- Нормализация данных: каждый элемент массива данных пересчитывается как:

$$R(i, j)_{\text{norm}} = \frac{R(i, j)}{R_{\text{max}}} \times 255,$$

тем самым получается массив данных, где $\forall i, j \in Z^2$ значение $R(i, j)_{\text{norm}} \in [0; 255]$;

- Отсечение данных: каждый элемент $R(i, j) > 255$ принимаем равным 255.

Таким образом, при визуализации результатов происходит искажение данных, причем, имея «большое» ядро градиентного оператора, будет получена визуализация, которая мало соответствует действительному набору результатов.

Для того, чтобы провести объективный анализ градиентных и агрегационных операторов, целесообразным является использование пороговой обработки и алгоритмов математической морфологии как для выделения тонких контуров изображения, так и для возможного наращивания этих контуров.

В ходе проведения исследований является необходимым введение определенных групп параметров, анализ которых позволит сделать обоснованные выводы о работе операторов.

II. Визуальная информативность

Введем понятие визуальной информативности результатов агрегации, которое будет характеризоваться следующими показателями:

- 1) Относительная информативность результатов визуализации:

$$I_{\text{rel}} = \frac{N_{\text{visual}}}{N},$$

где N_{visual} — число задействованных отсчетов для визуализации массива данных, причем $R(i, j)_{\text{visual}} \in [0; 255]$; N — число всех задействованных отсчетов массива данных, причем $R(i, j) \in [0; R(i, j)_{\text{max}}]$;

- 2) Абсолютная информативность результатов визуализации:

$$I_{\text{abs}} = \sum_{i=0}^{N_i} \sum_{j=0}^{N_j} \frac{R(i, j)_{\text{visual}}}{R(i, j)},$$

где обозначения N_i и N_j – это количество точек в препарате по горизонтали и вертикали соответственно.

Данный набор параметров позволяет оценить визуальную информативность связи градиентного и агрегационного операторов. Очевидно, что оба критерия $I_{rel}, I_{abs} \in [0; 1]$, и чем ближе они к единице, тем больше корректной информации предоставляет препарат, полученный как визуальное отображение массива результатов агрегации. Исследуем данные показатели на примере работы 3x3 операторов



дифференцирования (в таблицах сокращенно ГО) Превитта I, Собеля и Щарра с агрегационными операторами (в таблицах сокращенно АО) арифметическое среднее (Ave), максимум (Max) и среднее степени 2 (2-deg):



Рис. 1. Препараты, полученные на основе связи операторов. Слева — Собель (Max), справа — Щарр (Max).

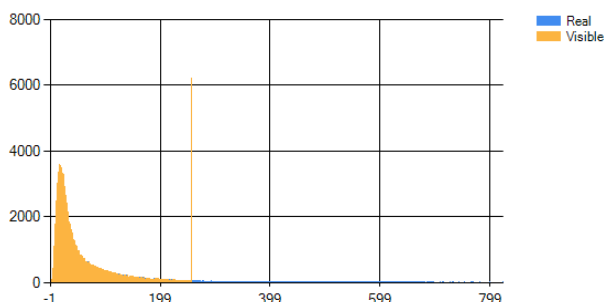


Рис. 2. Зависимость количества точек от значений отсчетов оси яркости для Собеля (Max).

Таблица 1.
Оценки визуальной информативности для различных операторов.

АО	Операторы дифференцирования		
	Превитт I	Собель	Щарр
Ave	$I_{rel} = 0,79$ $I_{abs} = 0,998$	$I_{rel} = 0,554$ $I_{abs} = 0,985$	$I_{rel} = 0,157$ $I_{abs} = 0,753$
Max	$I_{rel} = 0,489$ $I_{abs} = 0,973$	$I_{rel} = 0,371$ $I_{abs} = 0,934$	$I_{rel} = 0,104$ $I_{abs} = 0,6$
2-deg	$I_{rel} = 0,315$ $I_{abs} = 0,914$	$I_{rel} = 0,231$ $I_{abs} = 0,85$	$I_{rel} = 0,07$ $I_{abs} = 0,47$

Рассмотрим работу оператора Собеля и агрегата максимум, результат визуализации приведен на рисунке 1 слева. Исходя из таблицы 1, данная связка операторов обеспечивает относительную информативность результатов визуализации около 37%, и абсолютную – около 93%. Данный факт свидетельствует о том, что основная доля данных представлена в полученном препарате (что также можно увидеть на гистограмме, рисунок 2), однако было потеряно около 7% данных при визуализации.

Сравним результат работы Собеля (Max) и Щарра (Max). Субъективно, связка операторов Собель (Max) реализует препарат, восприятие которого представляется более понятным и логичным. Действительно, ведь для связки операторов Щарр (Max) около 40% данных при визуализации становятся некорректными. Однако, эффективность агрегации результатов дифференцирования изображения может быть оценена с точки зрения целостности, логичности, тонкости и точности исключительно контуров препарата. Для этого необходимо провести пороговую обработку, чтобы затем произвести селекцию границ изображения.

III. Пороговая обработка

Получаемое на основе градиентной обработки изображение используют для образования контурного препарата [1] — бинарного изображения, где одни точки соответствуют уровню черного, а другие — уровню белого. Бинаризацию выполняют путем сравнения значений $R(i, j)$ с порогом h_0 по правилу:

$$b(i, j) = \begin{cases} \text{white}, & R(i, j) \geq h_0 \\ \text{black}, & R(i, j) < h_0 \end{cases}$$

где параметрам «white» и «black» соответствуют значения, к примеру, «255» и «0». Порог может формироваться согласно определенному правилу, обычно применяют следующие способы вычисления порога:

- Математическое ожидание:

$$h_0 = \frac{1}{N_i \times N_j} \sum_{i=0}^{N_i} \sum_{j=0}^{N_j} R(i, j);$$

- Пик гистограммы:

$$h_0 = R(i, j)_{freq},$$

где $R(i, j)_{freq}$ — наиболее часто встречающееся значение в массиве данных.

Для оценки работы градиентных и агрегационных операторов будем использовать один из статистических параметров — математическое ожидание, вычисленное для бинарного препарата, а также введем понятие абсолютных потерь при пороговой обработке:

- 1) Математическое ожидание для контурного препарата:

$$M_{bin} = \frac{1}{N_i \times N_j} \sum_{i=0}^{N_i} \sum_{j=0}^{N_j} b(i, j);$$

- 2) Абсолютные потери при пороговой обработке:

$$L_{bin} = \sum_{i=0}^{N_i} \sum_{j=0}^{N_j} \frac{R(i, j)_{zero}}{R(i, j)},$$

где $R(i, j)_{zero}$ – значение агрегации результатов выделения градиента в точке (i, j) , которое при пороговой обработке приняло значение уровня черного.

Как правило, оптимальным способом формирования порога является вычисление математического ожидания значений агрегации результатов дифференцирования изображения. В таблице 2 приведены результаты расчетов введенных параметров для бинарного препарата относительно тех же операторов, что были взяты нами ранее.

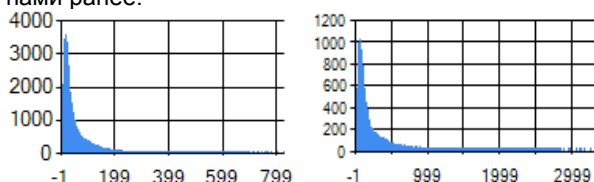


Рис. 3. Гистограммы распределения значений агрегации по отсчетам на оси яркости. Слева - для связи операторов Собель (Max), справа - Царр (Max).



Рис. 4. Контурные препараты. Слева — бинарное изображение на основе связи операторов Собель (Max), справа — Царр (Max).

Таблица 2.
Значения критериев для бинарных препаратов, полученных связкой определенных операторов.

АО	Операторы дифференцирования		
	Превитт I	Собель	Царр
Ave	$M_{bin} = 73,47$ $L_{bin} = 0,292$	$M_{bin} = 73,48$ $L_{bin} = 0,295$	$M_{bin} = 70,66$ $L_{bin} = 0,312$
Max	$M_{bin} = 76,05$ $L_{bin} = 0,291$	$M_{bin} = 75,56$ $L_{bin} = 0,295$	$M_{bin} = 74,89$ $L_{bin} = 0,3$
2-deg	$M_{bin} = 73,5$ $L_{bin} = 0,299$	$M_{bin} = 72,99$ $L_{bin} = 0,303$	$M_{bin} = 72,71$ $L_{bin} = 0,309$

Проанализируем результаты пороговой обработки. Визуально, лучшие результаты показывает агрегат максимум, причем различия между работой градиентных операторов в этом случае

несущественны. Этот же агрегат имеет самое большое математическое ожидание для контурного препарата ($M \cong 74 \div 77$) и минимальные потери при пороговой обработке по сравнению с другими агрегационными операторами.

Таким образом, связка операторов, за счет которой бинарное изображение имеет математическое ожидание и абсолютные потери при пороговой обработке, на данном этапе работает эффективнее остальных. Однако, бинарный препарат также не является в полной мере объективным показателем качества работы операторов. Теперь рассмотрим алгоритмы математической морфологии для выделения исключительно границ изображения.

IV. Алгоритмы математической морфологии, выделяющие контура

Математическая морфология может быть использована для извлечения некоторых свойств изображения, полезных для его представления и описания [1]: контуров, остовов, выпуклых оболочек. Таким образом, морфологические операции можно использовать для выделения границ бинарного объекта.

Легко заметить, что граничные точки имеют как минимум один фонный пиксел в своей окрестности. Пусть имеется исходное изображение и структурный элемент для четырехкомпонентной 3x3-окрестности:

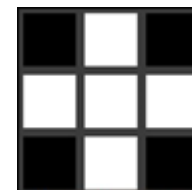
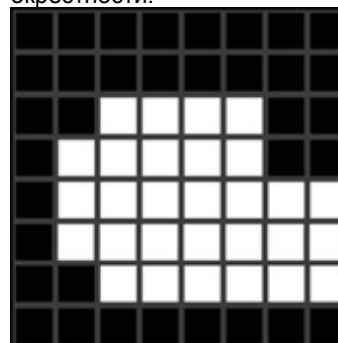


Рис. 5. Элементы для селекции границ.
Справа — исходное изображение, слева — структурный элемент.

Для селекции границ необходимо выполнить эрозию изображения указанным структурным элементом. При выполнении операции эрозии структурный элемент проходит по всем пикселям изображения. Если в некоторой позиции каждый единичный пиксел структурного элемента совпадет с единичным пикселем бинарного изображения, то выполняется логическое сложение центрального пиксела структурного элемента с соответствующим пикселем выходного изображения. Таким образом, оказываются удалены все граничные точки.

После операции эрозии путем операции разности множеств между исходным изображением и изображением, полученным в результате эрозии, получается препарат, состоящий исключительно из точек контуров.

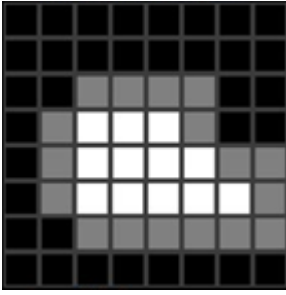


Рис. 6. Процесс селекции границ.

Слева — результат эрозии, справа — результат разности между исходным изображением и результатом его эрозии.

Применим алгоритмы эрозии и селекции границ для выделения контуров на основе бинарного изображения. Необходимо отметить тот факт, что можно варьировать размером структурного элемента эрозии: обычно используются четырехкомпонентная 3х3-окрестность и тринадцатикомпонентная 5х5-окрестность — первая эффективно выделяет тонкие контура, а вторая делает линии толще, что в общем случае выглядит субъективно приятнее и целостнее.

Значение после эрозии и селекции границ $e(i, j)$ в точке (i, j) определяется следующим образом:

$$e(i, j) = \begin{cases} b(i, j), & O_{b(i, j)} \notin O_s \\ 0, & O_{b(i, j)} \in O_s \end{cases},$$

где $O_{b(i, j)}$ — окрестность точки (i, j) в бинарном препарате, O_s — окрестность структурного элемента.

Для оценки качества работы градиентных и агрегационных операторов относительно контурного препарата с выделенными границами применим уже введенные ранее обозначения для бинарных препаратов:

- 1) Математическое ожидание для контурного препарата после эрозии и селекции границ:

$$M_{ero} = \frac{1}{N_i \times N_j} \sum_{i=0}^{N_i} \sum_{j=0}^{N_j} e(i, j);$$

- 2) Абсолютные потери при пороговой обработке:

$$L_{ero} = \sum_{i=0}^{N_i} \sum_{j=0}^{N_j} \frac{b(i, j)_{zero}}{b(i, j)},$$

где $b(i, j)_{zero}$ — значение в точке (i, j) после пороговой обработки, которое при эрозии и селекции границ приняло значение уровня черного.

Оценим работу градиентных и агрегационных операторов на этапе эрозии и селекции контуров. Результаты вычислений приведены в таблице 3.

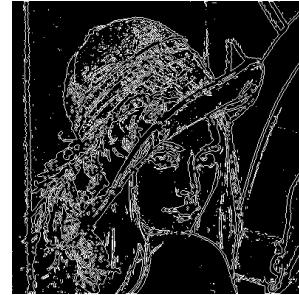


Рис. 7. Контурные препараты после эрозии и селекции границ структурным элементом 3х3. Слева — препарат на основе связи операторов Собель (Max), справа — Щарр (Max).

Таблица 3. Значения критериев для контурных препаратов после эрозии и селекции контуров структурным элементом 3х3.

АО	Операторы дифференцирования		
	Превитт I	Собель	Оригинальный Щарр
Ave	$M_{ero} = 38,38$ $L_{ero} = 0,478$	$M_{ero} = 38,68$ $L_{ero} = 0,474$	$M_{ero} = 38,21$ $L_{ero} = 0,459$
Max	$M_{ero} = 37,47$ $L_{ero} = 0,507$	$M_{ero} = 37,81$ $L_{ero} = 0,5$	$M_{ero} = 37,89$ $L_{ero} = 0,494$
2-deg	$M_{ero} = 37,08$ $L_{ero} = 0,495$	$M_{ero} = 37,42$ $L_{ero} = 0,487$	$M_{ero} = 37,83$ $L_{ero} = 0,48$

Результаты работы связи различных градиентных операторов при начальном сравнении являются схожими. Важно отметить, что, несмотря на не самое большое значение математического ожидания для агрегата максимум ($L_{ero} \cong 37,45 \div 37,9$) и довольно обширное число абсолютных потерь при эрозии и селекции контуров, данный агрегат обеспечивает получение логичных, цельных и понятных контуров изображения.

Данный факт может свидетельствовать о том, что используется недостаточно количество критериев оценки работы операторов или эти критерии являются неэффективными.

Введем дополнительные критерии оценки работы операторов, которые обеспечат нас комплексными данными по разнице математических ожиданий между бинарным и конечным контурным препаратами, а также позволят нам оценить суммарные потери при обработке исходных значений агрегации результатов выделения градиента изображения:

- 1) Разность между математическим ожиданием для бинарного препарата M_{bin} и математическим ожиданием для конечного контурного препарата M_{ero} :

$$\Delta M = M_{bin} - M_{ero};$$

- 2) Абсолютные потери при процессе обработки значений результатов агрегации

от пороговой обработки до селекции границ:

$$L = \sum_{i=0}^{N_i} \sum_{j=0}^{N_j} \frac{R(i,j)}{R(i,j)},$$

где $R(i,j)$ – значение в точке (i,j) , которое в процессе обработки результатов приняло значение уровня черного.

Расчеты введенных параметров приведены в таблице 4. Полученные результаты позволяют говорить о том, что наиболее эффективно эрозия и селекция контуров происходит на препаратах, имеющих самую большую разность ΔM — то есть на связке градиентных операторов с агрегатом максимум. При этом, самые большие потери данных в ходе обработки несет оператор Превитта I, оператор Щарпа же демонстрирует наименьшие потери данных.

Таблица 4.
Значения критериев для комплексного анализа работы градиентных и агрегационных операторов.

АО	Операторы дифференцирования		
	Превитт I	Собель	Щарп
Ave	$\Delta M = 35,087$ $L = 0,747$	$\Delta M = 34,796$ $L = 0,742$	$\Delta M = 32,457$ $L = 0,733$
Max	$\Delta M = 38,581$ $L = 0,754$	$\Delta M = 37,753$ $L = 0,746$	$\Delta M = 37,003$ $L = 0,741$
2-deg	$\Delta M = 36,417$ $L = 0,753$	$\Delta M = 35,567$ $L = 0,747$	$\Delta M = 34,883$ $L = 0,74$

Рассмотрим часть обработанного исследуемого образца, на который воздействовали разными градиентными операторами и с которым проводили описанные в статье препарирования. Результаты представлены в таблице 5.

Полученные образцы демонстрируют практически один результат, однако при детальном исследовании, по результатам проведенного опроса среди двадцати студентов, стало очевидным, что наиболее эффективно работающим связками операторов являются Щарп (Max) и Щарп (2-deg), поскольку именно они смогли выделить наибольшее количество важных логических деталей оригинального образца.

Таблица 5
Сравнительный анализ работы различных операторов на основе алгоритмов эрозии структурным элементом 3x3 и селекции границ.

ГО (АО)	Операция с данными		
	Визуализация без обработки	Пороговая обработка	Эрозия и селекция
Превитт I (Ave)			
Превитт I (Max)			
Превитт I (2-deg)			

Собель (Ave)			
Собель (Max)			
Собель (2-deg)			
Щарп (Ave)			
Щарп (Max)			
Щарп (2-deg)			

Сравнительный анализ позволил сделать определенные, но не окончательные выводы. Представляется разумным произвести аналогичный анализ работы операторов на основе с эрозии со структурным элементом 5x5.

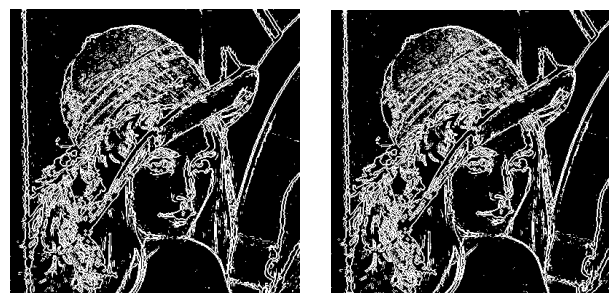


Рис. 8. Контурные препараты после эрозии и селекции границ структурным элементом 5x5. Слева — препарат на основе связки операторов Собель (Max), справа — Щарп (Max).

Таблица 6.
Значения критериев для контурных препаратов после эрозии и селекции контуров структурным элементом 5x5.

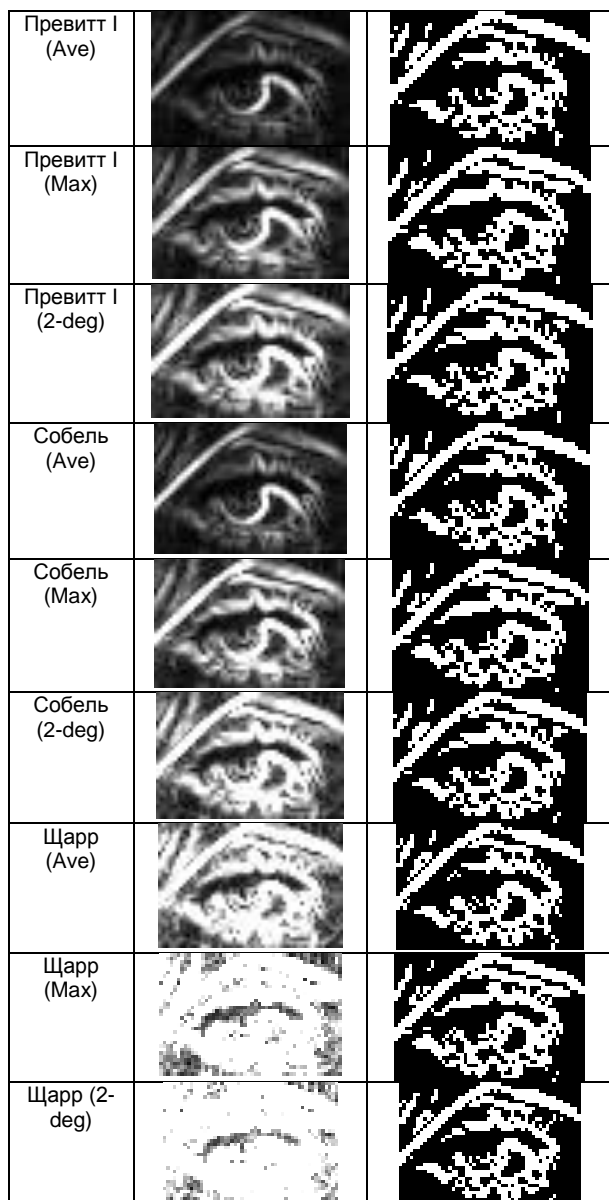
АО	Операторы дифференцирования		
	Превитт I	Собель	Щарп
Ave	$M_{ero} = 58,28$ $L_{ero} = 0,207$	$M_{ero} = 58,49$ $L_{ero} = 0,204$	$M_{ero} = 57,16$ $L_{ero} = 0,191$
Max	$M_{ero} = 58,24$ $L_{ero} = 0,234$	$M_{ero} = 58,79$ $L_{ero} = 0,222$	$M_{ero} = 58,64$ $L_{ero} = 0,217$
2-deg	$M_{ero} = 57,3$ $L_{ero} = 0,22$	$M_{ero} = 57,53$ $L_{ero} = 0,212$	$M_{ero} = 57,86$ $L_{ero} = 0,204$

Таблица 7.
Значения критериев для комплексного анализа работы градиентных и агрегационных операторов.

АО	Операторы дифференцирования		
	Превитт I	Собель	Щарп
Ave	$\Delta M = 15,18$ $L = 0,504$	$\Delta M = 14,984$ $L = 0,5$	$\Delta M = 13,508$ $L = 0,495$
Max	$\Delta M = 17,803$ $L = 0,517$	$\Delta M = 16,773$ $L = 0,505$	$\Delta M = 16,254$ $L = 0,502$
2-deg	$\Delta M = 16,203$ $L = 0,513$	$\Delta M = 15,454$ $L = 0,506$	$\Delta M = 14,849$ $L = 0,501$

Таблица 8.
Сравнительный анализ работы различных операторов на основе алгоритмов эрозии со структурным элементом 5x5 и селекции границ.

ГО (АО)	Операция с данными	
	Визуализация без обработки	Эрозия и селекция



В ходе обработки данных на основе эрозии со структурным элементом 5x5 были отмечены следующие факты:

- Математическое ожидание M_{ero} у связки операторов с агрегатом максимум увеличилось относительно других агрегатов (таблица 6);
- Снизилось число общих потерь при обработке данных, причем, как и ранее, оператор Щарра имеет наименьшее число потерь (таблица 7);
- Детально рассматривая полученные результаты эрозии и селекции (рисунок 8, таблица 8) и сравнивая работу разных операторов, можно заключить, что связки градиентных операторов Собеля и Щарра с агрегационными операторами максимум и среднее степени 2 являются наиболее эффективно выделяющими контура (наличие относительно структурированных ресниц взятого для исследований образца, логичное подчеркивание брови и век, относительно успешная попытка отделить глазное яблоко от сливающейся с ним цветовой гаммы верхнего века).

Полученные данные и соотношения позволяют нам сделать следующие выводы в отношении критериев эффективности работы операторов:

- Относительная I_{rel} и абсолютная I_{abs} информативности результатов визуализации данных показывают лишь эффективность работы градиентных и агрегационных операторов без обработки получаемых массивов данных;
- Математическое ожидание M_{bin} и абсолютные потери L_{bin} при пороговой обработке не позволяют на данном этапе дать объективную оценку работе операторов. Однако, агрегат арифметическое среднее при пороговой обработке демонстрирует излишнюю избирательность к отдельно стоящим границам вследствие своего принципа работы, что может интерпретироваться как нелогичные контура или шум. Соответственно, удовлетворительных результатов, в том числе и после селекции границ, такой оператор продемонстрировать не может;
- Операторы Собеля и Щарра с агрегатами максимум и среднее степени 2 демонстрируют схожие результаты. Важно отметить, что большое значение математического ожидания M_{ero} должно сопровождаться небольшими потерями L_{ero} , а так же минимальными абсолютными потерями L в ходе всего эксперимента.

Все связки оператора Превитта I с разными агрегатами работают относительно эффективно, однако за счет больших суммарных потерь в ходе обработки данных указанными алгоритмами происходит потеря незначительно большого количества информации по сравнению с другими градиентными операторами (в отдельных случаях разница в потерях достигает показателя свыше 2%). Относительно совокупности введенных критериев, связка операторов Щарра (2-deg) имеет высокое значение математического ожидания и минимальные потери при обработке, что свидетельствует о большом количестве контуров. С другой стороны, связка операторов Собель (Max) имеет стабильно одно из самых больших математических ожиданий, что позволяет нам расценивать данную связку операторов как эффективно работающий алгоритм выделения контуров даже при повышенном числе суммарных потерь.

IV. Заключение

Мы провели сравнительный анализ различных градиентных и агрегационных операторов на основе пороговой обработки и алгоритмов математической морфологии. Главная цель работы – выяснить, какие связки градиентных и агрегационных операторов эффективнее работают при выделении контуров изображения, а также какими критериями и соотношениями данные факты обусловлены.

В конечном итоге, стоит отметить, что при сравнительном анализе необходимо учитывать совокупность разных критериев для получения

объективной оценки работы операторов относительно поставленной задачи.

Важным показателем эффективности работы операторов является математическое ожидание для контурного препарата после селекции границ — оно должно быть как можно больше. При этом необходимо учитывать специфику работы алгоритмов, например, неприемлемые выходные данные агрегата арифметического среднего.

Разные градиентные и агрегационные операторы могут давать схожие результаты, а значит нам можно выбирать между связками операторов, которые дают наименьшее количество потерь данных или, наоборот, позволяют уменьшить суммарную вычислительную нагрузку, получив приблизительно один результат.

В дальнейшем, интерес представляют исследования по применению указанных в статье методов обработки изображений для распознавания объектов, выделения контуров на картах местности, а так же для распознавания текста.

VI. Литература

- [1] И.С. Грузман, В.С. Киричук. Цифровая обработка изображений в информационных системах. Учебное пособие. Новосибирск, изд-во НГТУ, 2002. Стр. 222-231, 275-282.
- [2] Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005. 1072 с